

# Wymagania edukacyjne z matematyki

## Zakres podstawowy i rozszerzony

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) czy celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, powinny być zatem opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Ten podział należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiono wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

### 1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności trójkąta Pascala</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci <math>(a + b)^n</math> i wyznaczenia współczynników wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia wzór Bayesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>

## 2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach</li> </ul>

### 3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego</li> </ul>

### 4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li> </ul>
--

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)</li> </ul>
--

## 5. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w wymaganiach edukacyjnych dla klas pierwszej, drugiej i trzeciej. Z kolei te z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii są opisane powyżej.